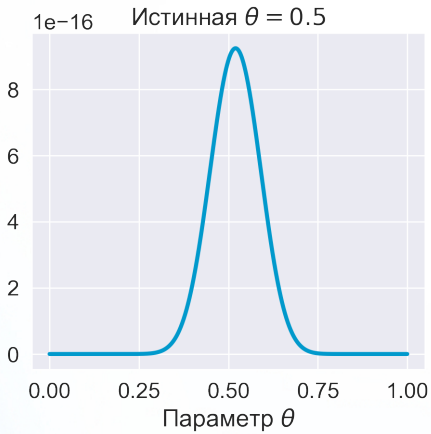
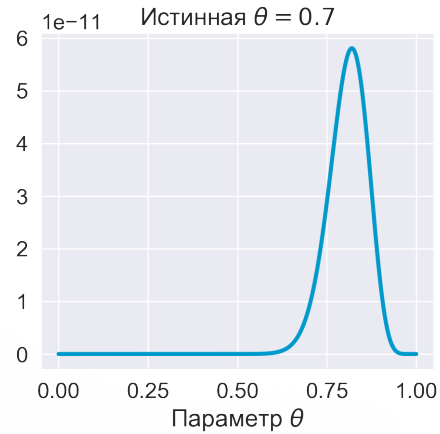
$X = (X_1, ..., X_n) \sim Bern(\theta)$

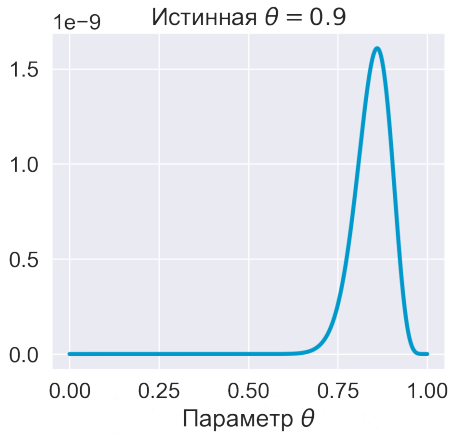
Насколько легко оценить параметр в зависимости от того, чему равно его истинное значение?

Цель: определить информацию о параметре θ, которую несет выборка X.

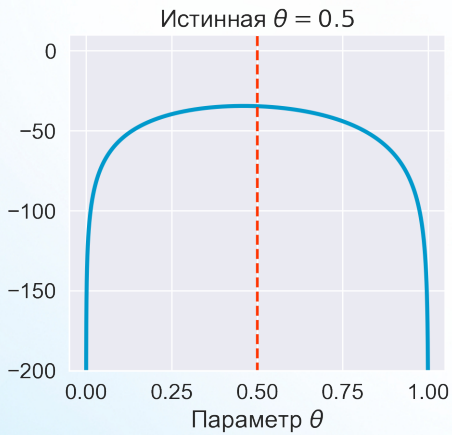
Функция правдоподобия

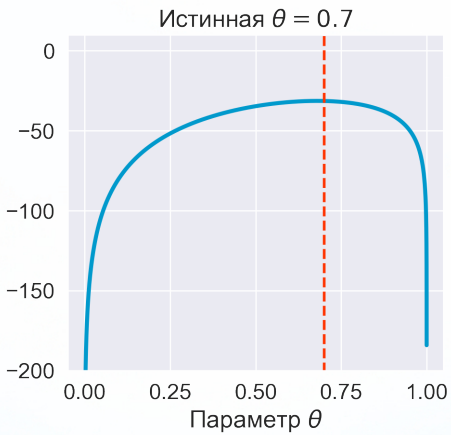


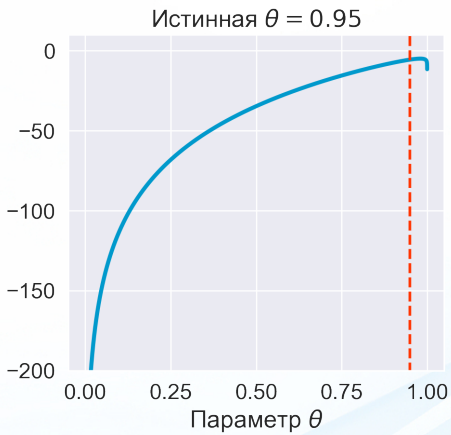




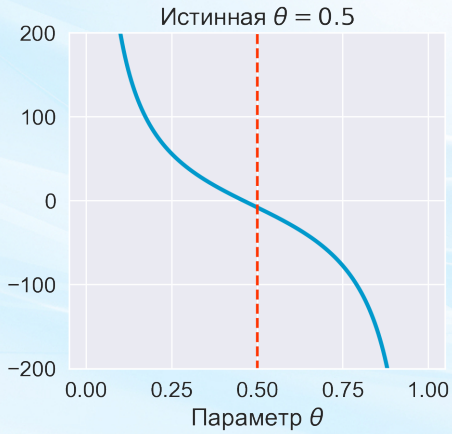
Лог. функция правдоподобия

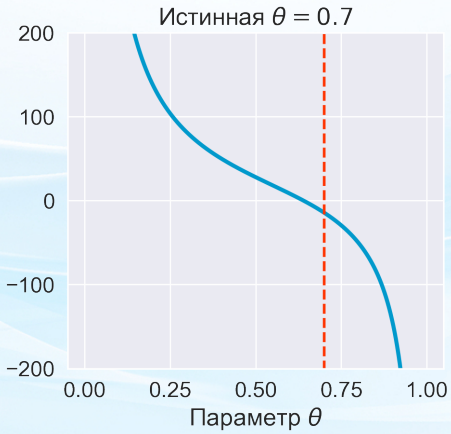


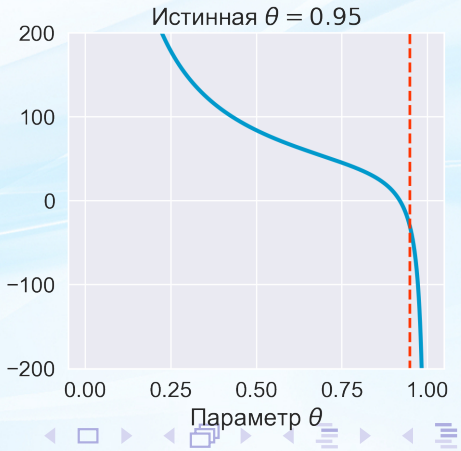




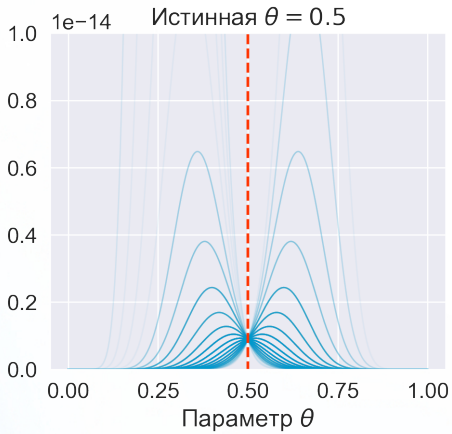
Производная лог. функции правдоподобия

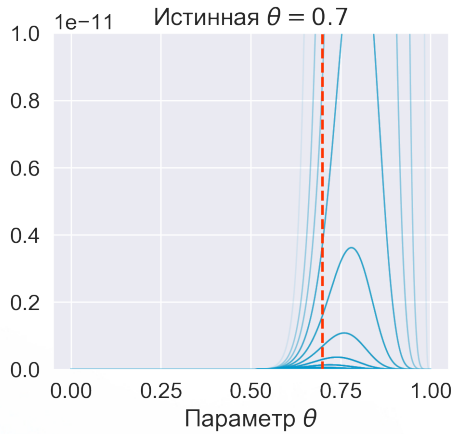


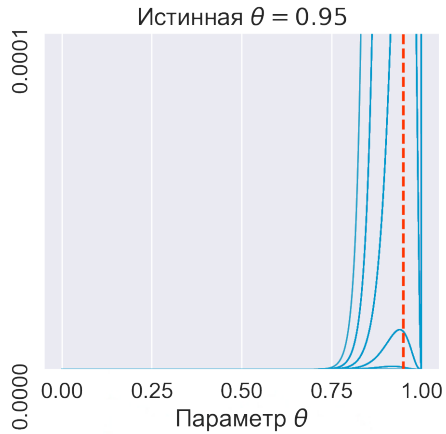




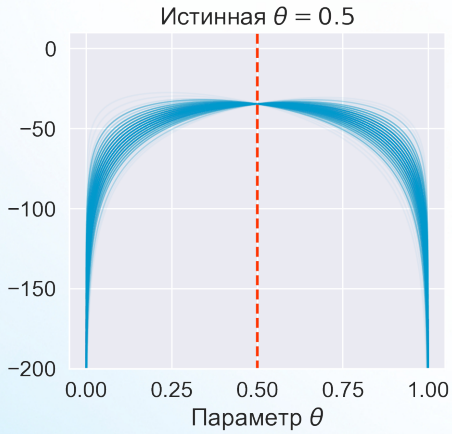
Функция правдоподобия

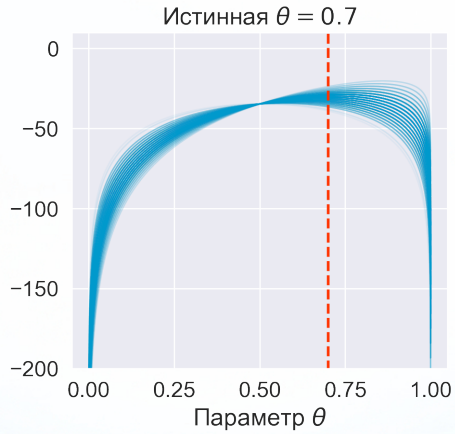


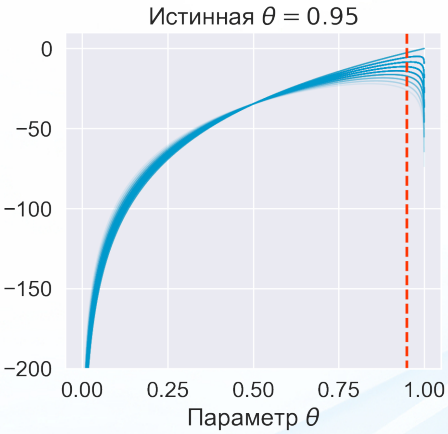




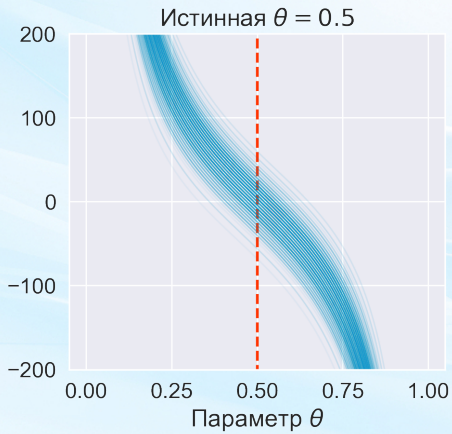
Лог. функция правдоподобия

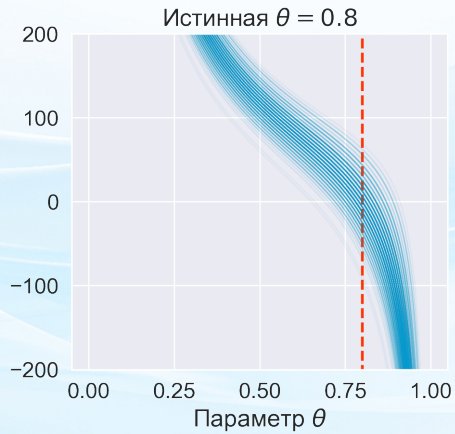


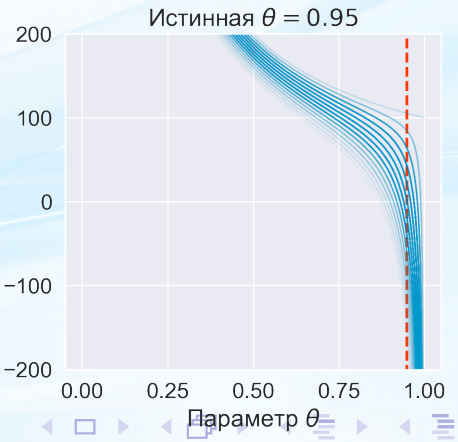




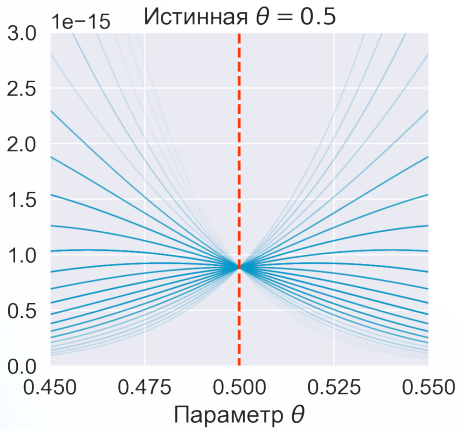
Производная лог. функции правдоподобия

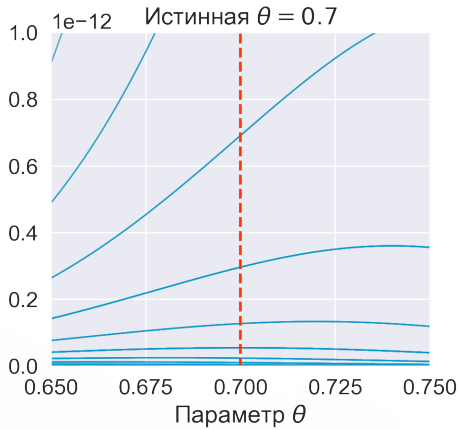


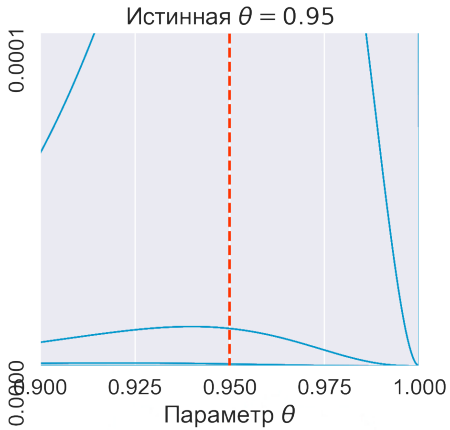




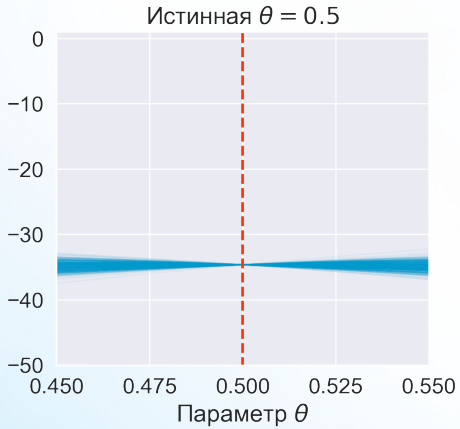
Функция правдоподобия

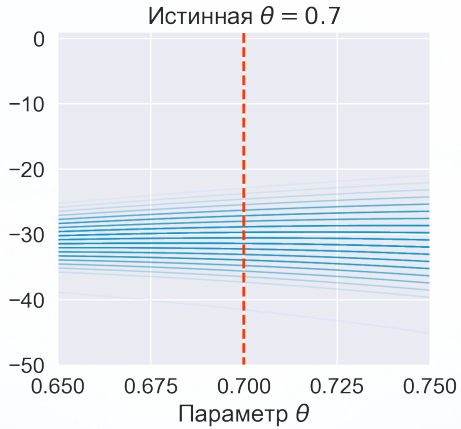


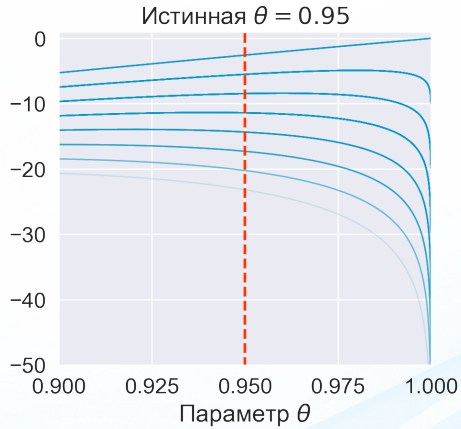




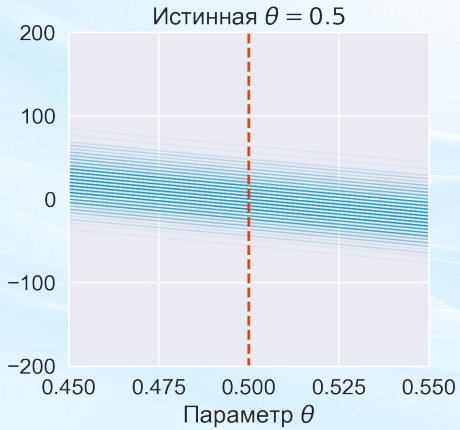
Лог. функция правдоподобия

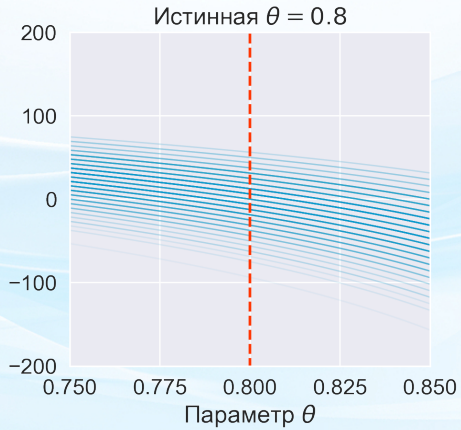


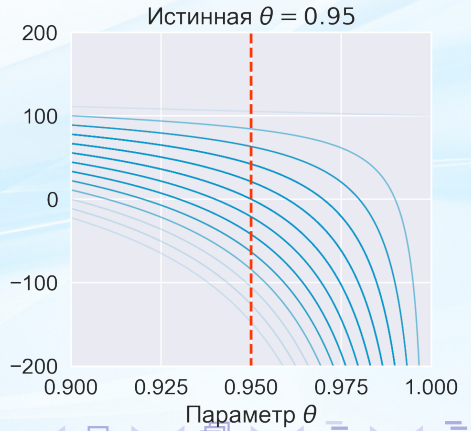




Производная лог. функции правдоподобия







Наблюдения:

1. Чем острее пик, тем больше $L_X(\theta)$ реагирует на θ в окрестности максимума

   $\Longrightarrow$ проще оценить θ

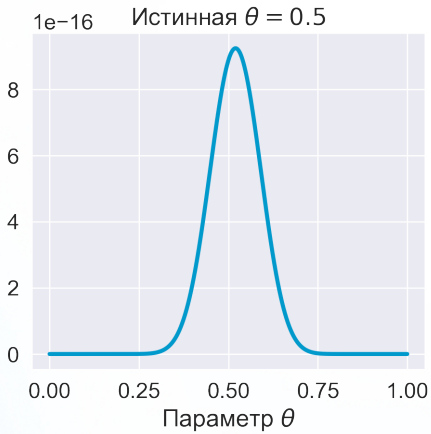
   $\Longrightarrow$ выборка содержит больше информации о θ

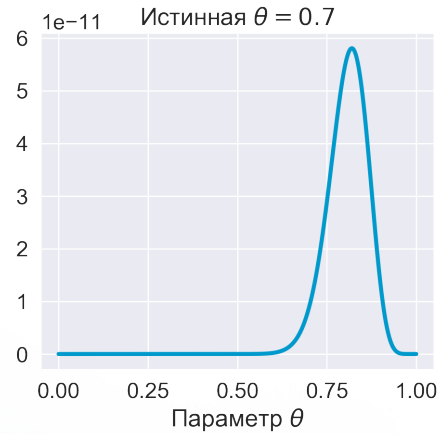
2. Чем острее пик, тем больше в нем дисперсия $\frac{\partial \log L_X(\theta)}{\partial \theta}$

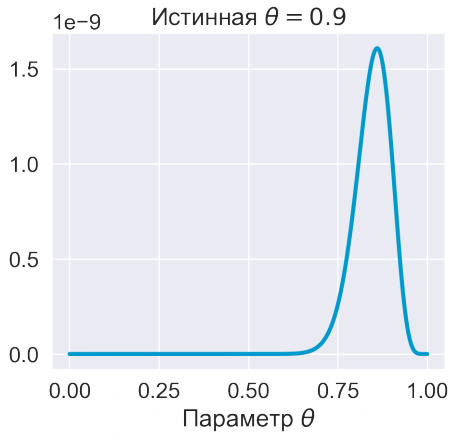
3. Информация Фишера выборки X о параметре θ:

$$I_X(\theta) = \mathsf{D}_\theta \frac{\partial \log L_X(\theta)}{\partial \theta}$$

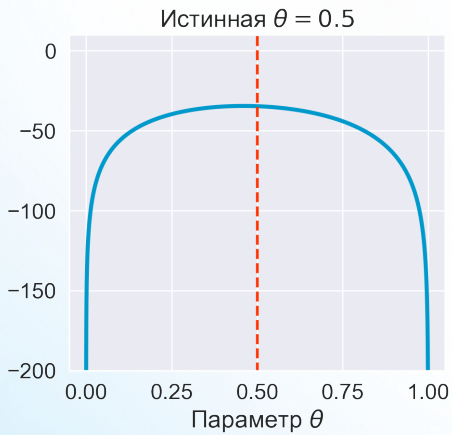
Функция правдоподобия

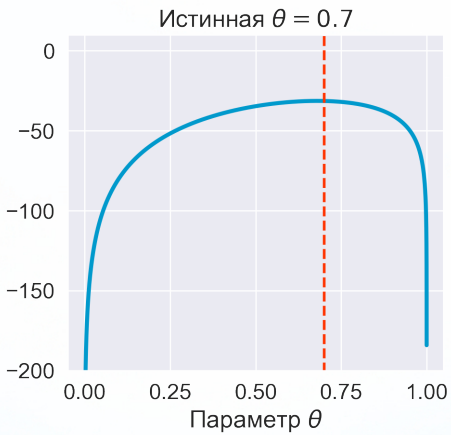


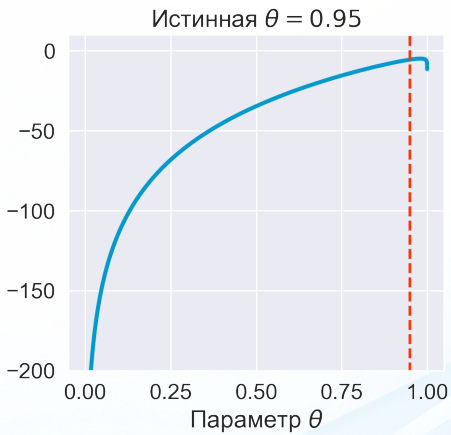




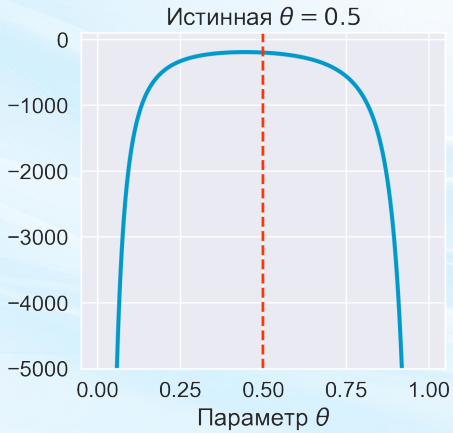
Лог. функция правдоподобия

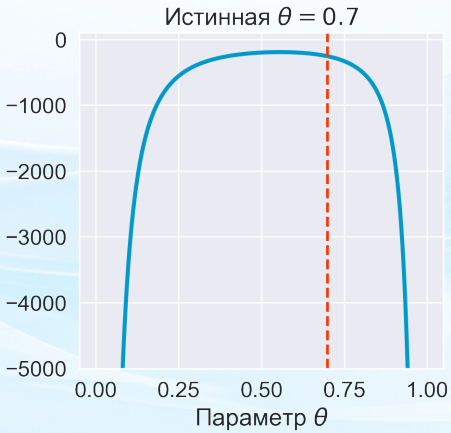


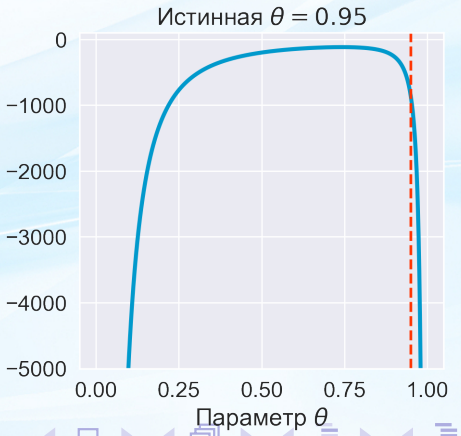


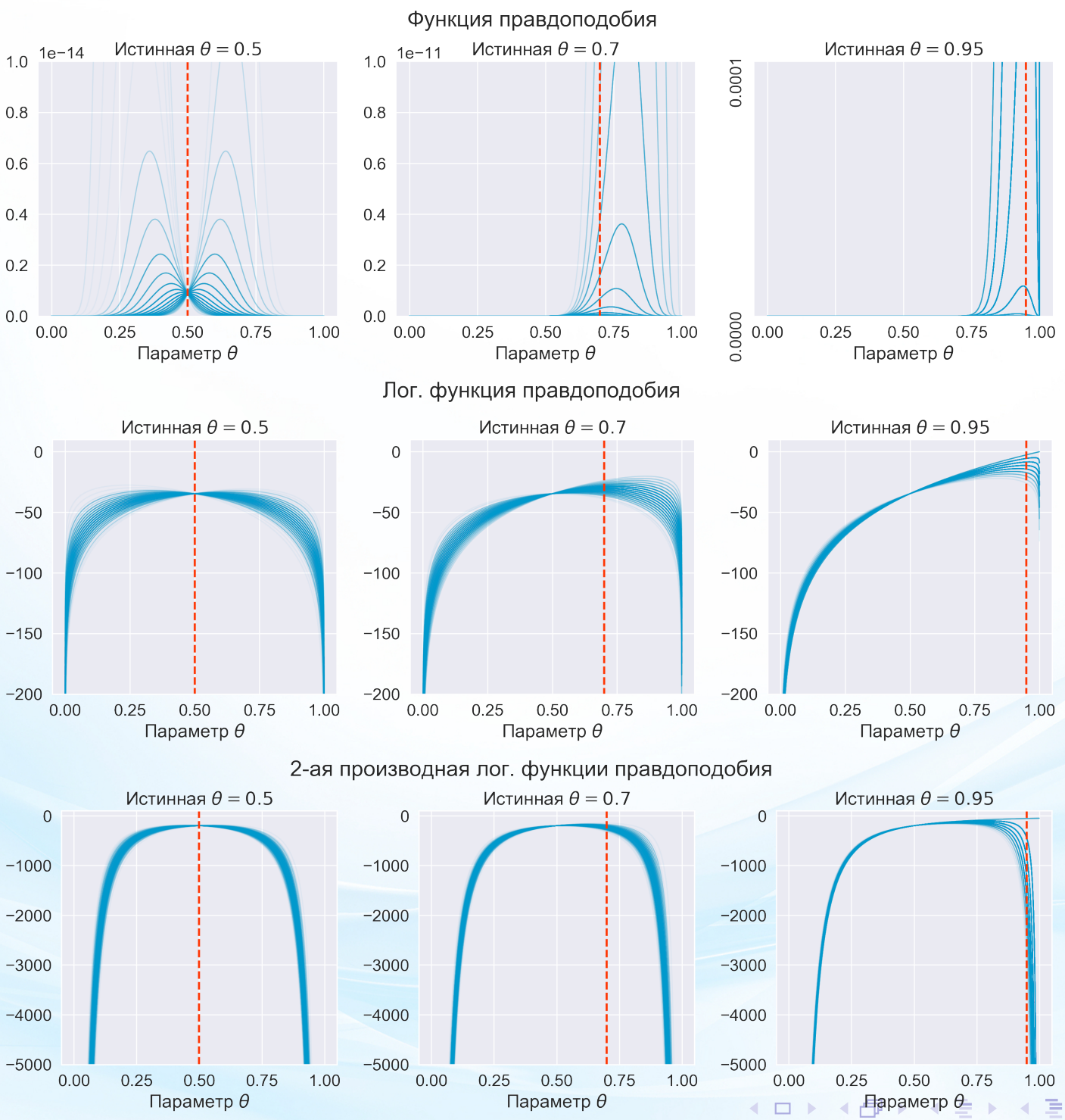


2-ая производная лог. функции правдоподобия

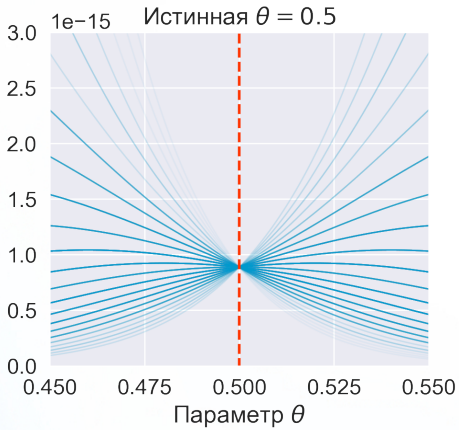


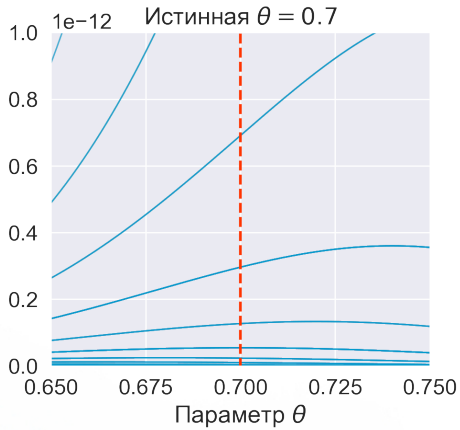


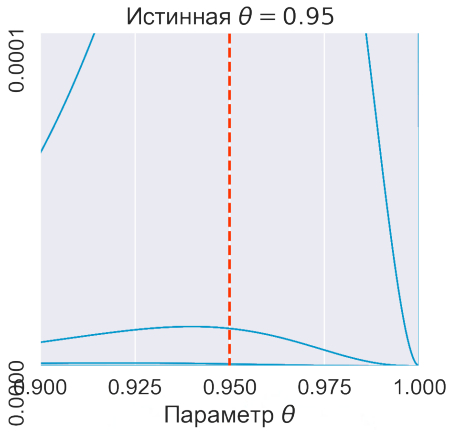



Функция правдоподобия
1e−14
Истинная $\theta = 0.5$
1e−11
Истинная $\theta = 0.7$
Истинная $\theta = 0.95$
Параметр θ
Лог. функция правдоподобия
Истинная $\theta = 0.5$
Истинная $\theta = 0.7$
Истинная $\theta = 0.95$
Параметр θ
2-ая производная лог. функции правдоподобия
Истинная $\theta = 0.5$
Истинная $\theta = 0.7$
Истинная $\theta = 0.95$
Параметр θ

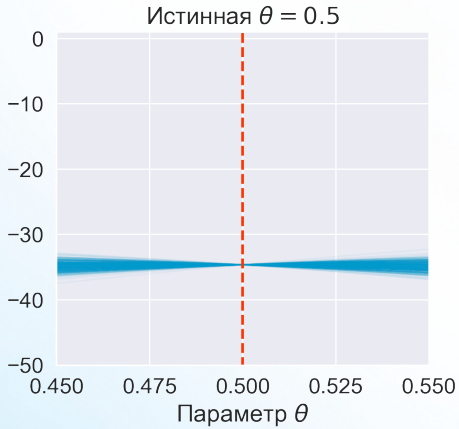
Функция правдоподобия

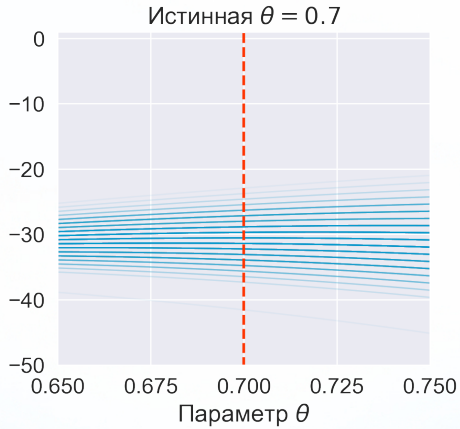


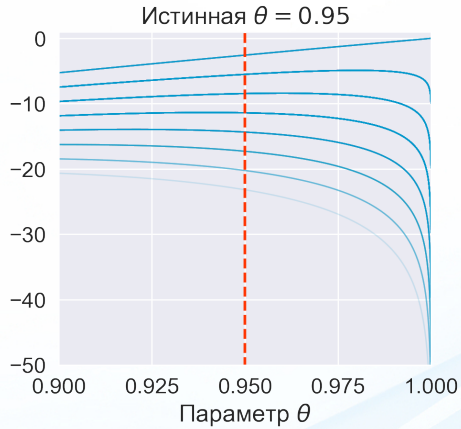




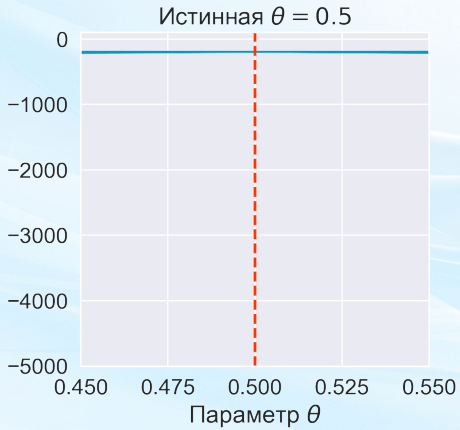
Лог. функция правдоподобия

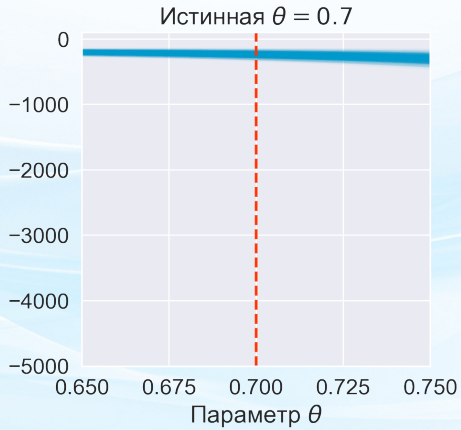


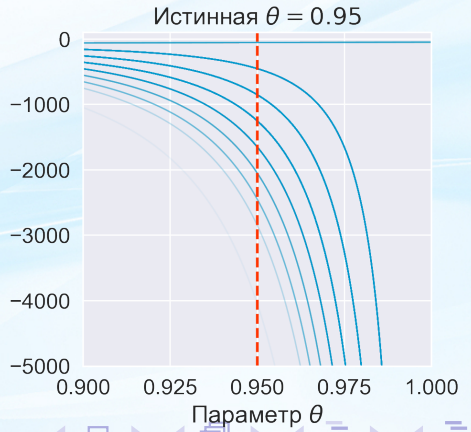




2-ая производная лог. функции правдоподобия







Наблюдения:

1. Чем острее пик, тем больше $L_X(\theta)$ реагирует на θ в окрестности максимума

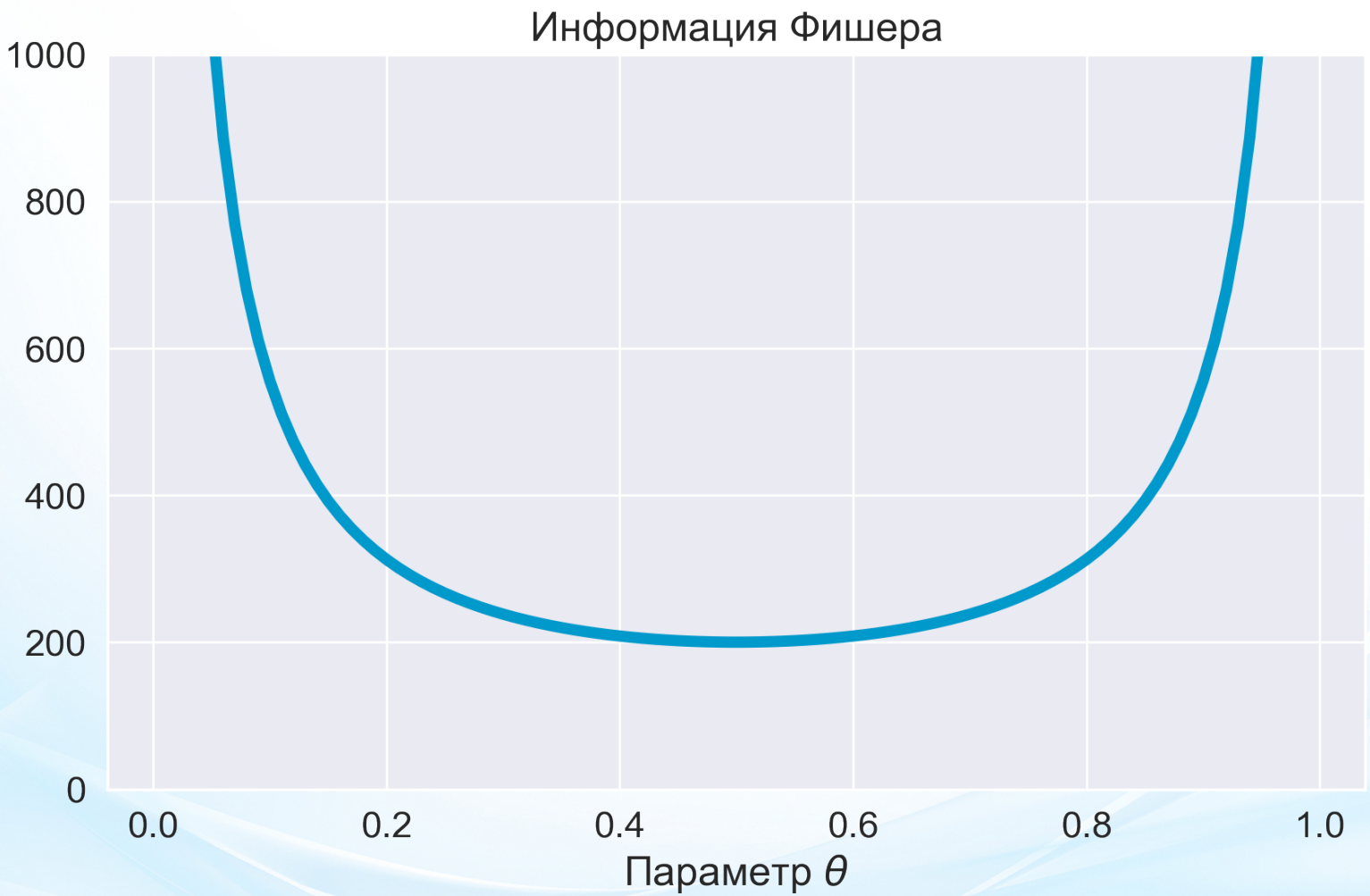
   $\Longrightarrow$ проще оценить θ

   $\Longrightarrow$ выборка содержит больше информации о θ

2. Чем острее пик, тем более вогнута $L_X(\theta)$

3. Информация Фишера выборки X о параметре θ:

$$I_X(\theta) = -\mathrm{E}_\theta \frac{\partial^2 \log L_X(\theta)}{\partial \theta^2}$$


Информация Фишера
1000
800
600
400
200
0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Параметр θ


Информация Фишера
1000
800
600
400
200
0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
Параметр θ